

LIGA ZADANIOWA 2016/2017

Edycja 4

Etap I

Klasa I

Zad. 1

Okazuje się, że kwadrat każdej liczby całkowitej można zapisać w postaci sumy kolejnych liczb nieparzystych np.

$$2^2 = 1 + 3$$

$$3^2 = 1 + 3 + 5$$

$$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$$

Napisz 225 w postaci sumy kolejnych liczb nieparzystych.

Zad. 2

Na początku roku dziewczęta stanowiły $\frac{3}{7}$ całej klasy. W ciągu roku przybyły jeszcze 4 uczennice i wtedy dziewczęta stanowiły 50% klasy. Ile dzieci było w klasie na koniec roku szkolnego?

Zad. 3

Jeśli długość każdego boku kwadratu zwiększymy o 10cm, to pole powiększy się o 600 cm^2 . O ile zmniejszy się pole tego kwadratu, gdy wszystkie boki skrócimy o 1cm?

Zad. 4

Uzasadnij, że dwusieczne kątów BAD i ABC równoległoboku ABCD są prostopadłe.

Klasa II

Zad. 1

Udowodnij, że:

- a) różnica kwadratów dwóch parzystych liczb całkowitych jest podzielna przez 4,
- b) różnica kwadratów dwóch nieparzystych liczb całkowitych jest podzielna przez 8.

Zad. 2.

W kole o środku O poprowadzono cięciwę, która nie jest średnicą. Punkt A dzieli tę cięciwę na dwa odcinki o długościach 11 cm i 29 cm. Odcinek OA ma długość 15 cm. Oblicz promień tego koła.

Zad.3.

Kolejka toczy się po torach w kształcie okręgu. Rozstaw szyn jest równy 4 cm. Podczas jednego pełnego okrążenia lewe kółko wagonu wykonało o 2 obroty więcej niż prawe. Jaka jest średnica kółek wagonu?

Zad.4.

W 16 kg nasion znajduje się 10 % zanieczyszczeń. Ile kg zanieczyszczeń trzeba usunąć, aby stanowiły one 4 % nasion?

Klasa III

Zad. 1

- a) Udowodnij, że pole koła zbudowanego na kwadracie jest dwukrotnie większe od pola wpisanego w ten kwadrat.
- b) Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $n^3 - n$ jest liczba podzielna przez 6.

Zad. 2.

Uporządkuj rosnąco liczby: 2^{45} , 3^{36} , 4^{27} , 5^{18}

Zad.3.

Kangur skacze wzdłuż linii prostej. Skok pierwszy ma długość 1 m, drugi 3, następny 5 m itd. Czy (biorąc pod uwagę, że kangur może skakać i do przodu i do tyłu) może się zdarzyć, że po 99 skokach znajdzie się w punkcie wyjścia?

Zad.4.

Zegarmistrz nitką połączył punkty na tarczy zegara odpowiadające godz. 11 i 3. To samo zrobił dla godzin 1 i 8. Jaki jest kąt pomiędzy nitkami?